SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐĂK LẮK
TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG
(Đề thi gồm có 1 trang)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2018- 2019
MÔN: TOÁN 11 - THỜI GIAN 180 PHÚT

MA TRẬN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN 11
NĂM HOC 2018 - 2019

Hình thức: Tự luận, mỗi câu 4 điểm
Ma trận đề:

Câu	Nội dung	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao
1.1	Phương trình lượng giác	1 câu 3 điểm			
1.2	Phương trình lượng giác		1 câu 3 điểm		
2	Hệ phương trình đa thức	1 câu 3 điểm			
3	Phương trình Vô tỉ			1 câu 2 điểm	
4	Phép vị tự	1.1 câu 2 điểm	1.2 câu 2 điểm		
5	Phép tịnh tiến			1 câu 3 điểm	
6	Phương trình hàm				1 câu 2 điểm
	Tổng điểm	8 điểm	5 điểm	5 điểm	2 điểm

Krông Pắc, ngày 6 tháng 10 năm 2018.

Duyệt của tổ chuyên môn **Người ra đề**

Hà Duy Nghĩa **Hoàng Minh Tài**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐĂK LẮK
TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2018 – 2019

Môn: **TOÁN 11**
Thời gian làm bài: 180 Phút

Câu 1 (6 điểm).

Giải phương trình:

1. $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$.

2. $\left(\sqrt{3}+1\right)\cos^2 x + \left(\sqrt{3}-1\right)\sin x.\cos x + \sin x - \cos x - \sqrt{3} = 0$.

Câu 2 (3 điểm).

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^5 + y^5 = x^3 + y^3 \end{cases}$.

Câu 3 (3 điểm).

Giải phương trình: $(x+3)\sqrt{-x^2 - 8x + 48} = 28 - x$.

Câu 4 (4 điểm)

Cho tam giác ABC. Các điểm A', B', C' lần lượt là trung điểm của cạnh BC, CA, AB. Gọi G, O, H lần lượt là trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp và trực tâm của tam giác ABC.

1. Tìm ảnh của tam giác ABC qua phép vị tự tâm G, tỉ số $-\frac{1}{2}$

2. Chứng minh rằng $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$.

Câu 5 (2 điểm).

Cho hình bình hành *ABCD*. Từ B ta kẻ các đường thẳng $BE \perp CD$ và $BK \perp AD$ $(E \in CD, K \in AD)$, biết $KE = a$ và $BD = b$ $(b > a)$, điểm *H* là trực tâm của tam giác *BEK*. Tính độ dài đoạn *BH* theo *a* và *b*.

Câu 6 (2 điểm).

Tìm tất cả các hàm số liên tục $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện sau:

$f(1) = -1$ và $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ với mọi x, y thuộc $\mathbb{R}$.

----------HẾT----------

Krông Pắc, ngày 6 tháng 10 năm 2018.

Duyệt của tổ chuyên môn **Người ra đề**

Hà Duy Nghĩa **Hoàng Minh Tài**

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

CÂU	NỘI DUNG BÀI GIẢI	ĐIỂM
1.1	1. $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin 5x = -\cos 2x \Leftrightarrow \sin 5x = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$	1.0x2
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \end{array}\right. (k \in Z)$	1.0
	2. $\left(\sqrt{3}+1\right)\cos^2 x + \left(\sqrt{3}-1\right)\sin x.\cos x + \sin x - \cos x - \sqrt{3} = 0$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{3}\left(\cos^2 x - 1\right) + \sqrt{3}\sin x.\cos x + \cos^2 x - \sin x.\cos x + \sin x - \cos x = 0$	
	$\Leftrightarrow -\sqrt{3}\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x.\cos x + \cos^2 x - \sin x.\cos x + \sin x - \cos x = 0$	
	$\Leftrightarrow -\sqrt{3}\sin x\left(\sin x - \cos x\right) - \cos x\left(\sin x - \cos x\right) + \sin x - \cos x = 0$	
	$\Leftrightarrow \left(\sin x - \cos x\right)\left(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 1\right) = 0$	1.0
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x - \cos x = 0 \\ \sqrt{3}\sin x + \cos x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \end{array}\right.$	1.0
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$	1.0
2	Ta có	
	$\left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ x^5 + y^5 = x^3 + y^3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ x^3(x^2-1) + y^3(y^2-1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ x^3(-y^2) + y^3(-x^2) = 0 \end{array}\right.$	0.5x2
	$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ -x^2y^2(x+y) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ x = 0 \vee y = 0 \vee y = -x \end{array}\right.$	0.5x2
	$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ y = \pm 1 \end{array}\right. \vee \left\{\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ y = 0 \end{array}\right. \vee \left\{\begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \vee \left\{\begin{array}{l} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$	1.0

3	Điều kiện của phương trình: $-12 \le x \le 4$ Đặt $\begin{cases} u = x+3 \\ v = \sqrt{-x^2-8x+48}\,(v \ge 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 = x^2+6x+9 \\ v^2 = -x^2-8x+48 \end{cases} \Rightarrow u^2+v^2 = 57-2x$ Suy ra: Phương trình trở thành: $2uv = u^2+v^2-1 \Leftrightarrow (u-v)^2 = 1$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = u-1 \\ v = u+1 \end{array}\right.$ + Với $v = u-1$ và $v \ge 0$ suy ra phương trình: $\begin{cases} x+2 \ge 0 \\ \sqrt{-x^2-8x+48} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x^2+6x-16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3+\sqrt{31}$ + Với $v = u+1$ và $v \ge 0$ suy ra phương trình: $\begin{cases} x+4 \ge 0 \\ \sqrt{-x^2-8x+48} = x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -4 \\ x^2+8x-16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -4+4\sqrt{2}$ Vậy phương trình có tập nghiệm S = $\left\{-3+\sqrt{31}; -4+4\sqrt{2}\right\}$	1.0 **1.0** **0.5** **0.5**
3	Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của cạnh BC, CA, AB. Ta có: $V_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}: A \to A', B \to B', C \to C' \Rightarrow V_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}(\triangle ABC) = \triangle A'B'C'$ Lại có: H là trực tâm của tam giác ABC, O là trực tâm của tam giác A'B'C' Suy ra: $V_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}(H) = O \Rightarrow \overrightarrow{GO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GH} \Rightarrow \overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$	1.0x2 1.0 1.0
4	Với H là trực tâm của tam giác BEK, ta có: + $EH \perp BK$ và $AD \perp BK$ suy ra: $EH // KD$ (1) + $KH \perp BE$ và $DC \perp BE$ suy ra: $KH // CD$ (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác *KHED* là hình bình hành nên $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{KH}$ và $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{KD}$. Khi đó phép tịnh tiến theo vec tơ $\overrightarrow{KD}$ biết: $K \to D, H \to E, B \to B'$. Suy ra $T_{\overrightarrow{KD}}\left(\overrightarrow{BH}\right) = \overrightarrow{B'E}$ và $BH \perp KE$ nên $B'E \perp KE$ $\Rightarrow BH^2 = B'E^2 = B'K^2 - KE^2$ $(B'K = BD = b)$ $= b^2 - a^2$ $\Rightarrow BH = \sqrt{b^2-a^2}$	0.5 0.5 0.5 0.5

5	Cho $y=0$ ta được $f(x)=f(x)+f(0)\Leftrightarrow f(0)=0$ Viết lại hệ thức $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$ dưới dạng: $$f(x+y)-(x+y)^2-2(x+y)=f(x)-x^2-2x+f(y)-y^2-2y$$ Đặt $g(x)=f(x)-x^2-2x$ do $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ Ta có $g(1)=f(1)-3=-4$ và $g(x+y)=g(x)+g(y)$ với mọi x,y thuộc $\mathbb{R}$ $\Rightarrow g(x)$ cộng tính $\Rightarrow g(x)$ có dạng $g(x)=kx$, với k là hằng số. Mà $g(1)=-4\Rightarrow k=-4\Rightarrow g(x)=-4x\Rightarrow f(x)=x^2-2x, \forall x\in\mathbb{R}$ Thử lại ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.5 0.5 0.5 0.5

Krông Pắc, ngày 6 tháng 10 năm 2018.

Duyệt của tổ chuyên môn **Người ra đề**

Hà Duy Nghĩa **Hoàng Minh Tài**