SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2018 – 2019

Môn: **TOÁN 12**
Thời gian làm bài: 180 Phút

Câu 1 (4 điểm).

1. **C**ho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$ và đường thẳng $y=x+2m$. Tìm *m* để đồ thị hàm số và đường thẳng cắt nhau tại hai điểm phân biệt A,B sao cho AB nhỏ nhất.

2. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$. Tìm *m* để hàm số có cực đại cực tiểu lập thành một tam giác đều .

Câu 2 (4 điểm).

1. Giải phương trình : $\sqrt{2x^2-x+3}-\sqrt{21x-17}+x^2-x=0$.

2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x+x^2y=-6y^2 \\ 1+x^3y^3=19y^3 \end{cases}$.

Câu 3 (4 điểm).

Cho tứ diện *ABCD* có *AB=CD=a, AC=BD=b, AD=BC=c.* Tính thể tích khối tứ diện theo *a, b,c.*

Câu 4 (4 điểm).

Một ngân hàng đề thi có 12 câu hỏi, trong đó có 5 câu dễ, 3 câu trung bình và 4 câu khó. Hội đồng thi chọn ra 1 đề thi gồm có 3 câu trong ngân hàng đề. Tính xác suất để đề thi được chọn có ít nhất 2 loại câu hỏi trong đó phải có câu hỏi dễ .

Câu 5 (4 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AA_1, BB_1, CC_1 của tam giác cắt nhau tại H. Chứng minh rằng : $\dfrac{AA_1}{HA_1}+\dfrac{BB_1}{HB_1}+\dfrac{CC_1}{HC_1}\geq 9.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG TOÁN 12 NĂM HỌC 2018-2019.

Câu	Đáp án	Điểm
1.1 (2đ)	$\frac{2x-1}{x-2}=x+2m, x\neq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ 2x-1=(x+2m)(x-2) \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x^2-2(2-m)x-4m+1=0(*) \end{cases}$	
	$\Delta_*'=(2-m)^2+4m-1=m^2+3>0$	0.5
	$\begin{cases} x_A+x_B=2(2-m) \\ x_Ax_B=1-4m \end{cases}, \begin{cases} y_A=x_A+2m \\ y_B=x_B+2m \end{cases}$	0.5
	$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=2(x_B-x_A)^2$	
	$=2\left[(x_B+x_A)^2-4x_Ax_B\right]=2\left[4(2-m)^2-4(1-4m)\right]=4(m^2+3)\geq 12$	
	AB nhỏ nhất khi m=0	0.5
1.2 (2đ)	$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$	
	$y'=0\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m}, m>0 \end{cases}$ suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì m>0	0.5
	3 điểm cực trị là : $A(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m), B(0;m^4+2m), C(\sqrt{m};m^4-m^2+2m)$	0.5
	$AB=BC=\sqrt{m+m^4}; AC=2\sqrt{m}$	0.5
	Tam giác ABC đều khi và chỉ khi	
	$AB=AC\Leftrightarrow\sqrt{m+m^4}=2\sqrt{m}\Leftrightarrow m+m^4=4m\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$	0.5
2.1 (2đ)	Điều kiện: $x\geq\frac{17}{21}$	
	$\sqrt{2x^2-x+3}-\sqrt{21x-17}+x^2-x=0$	
	$\Leftrightarrow\left[\sqrt{2x^2-x+3}-(x+1)\right]-\left[\sqrt{21x-17}-(3x-1)\right]+x^2-3x+2=0$	0.5
	$\Leftrightarrow\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{2x^2-x+3}+x+1}+\frac{9\left(x^2-3x+2\right)}{\sqrt{21x-17}+3x+1}+x^2-3x+2=0$	0.5
	$\left(x^2-3x+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2x^2-x+3}+x+1}+\frac{9}{\sqrt{21x-17}+3x+1}+1\right)=0$	
	$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}(tmdk)$	0.5
	vì $\frac{1}{\sqrt{2x^2-x+3}+x+1}+\frac{9}{\sqrt{21x-17}+3x+1}+1>0$	0.5
	Vậy phương trình có 2 nghiệm :x=1;x=2	

2.2 (2đ)	$\begin{cases} x+x^2y=-6y^2 \\ 1+x^3y^3=19y^3 \end{cases}$ Nhận xét với y=0 thì hpt vô nghiệm $hpt \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y^2}+\frac{x^2}{y}=-6 \\ \frac{1}{y^3}+x^3=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y}\left(\frac{1}{y}+x\right)=-6 \\ \left(\frac{1}{y}+x\right)-\frac{3x}{y}\left(\frac{1}{y}+x\right)=19 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} a=\frac{x}{y} \\ b=\frac{1}{y}+x \end{cases} \quad hpt \Leftrightarrow \begin{cases} a.b=-6 \\ b^3-3ab=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=1 \end{cases} suy\,ra$ $\begin{cases} \frac{x}{y}=-6 \\ \frac{1}{y}+x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-6x \\ 6x^2+x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-2 \end{cases} ; \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=3 \end{cases}$	0.5 0.5*2 0.5
3 (4đ)	Cho tứ diện ABCD có AB=CD=a,AC=BD=b,AD=BC=c. Tính thể tích khối tứ diện. Dựng tứ diện APQR sao cho B,C,D lần lượt là trung điểm QR,RP,PQ. Ta có $AD=BC=\frac{1}{2}PQ$ mà D là trung điểm PQ $\Rightarrow AQ \perp AP$ Chứng minh tương tự $AQ \perp AR, AP \perp AR.$ Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{APQR}=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}AP.AQ.\text{AR}$ Xét các tam giác vuông APQ,AQR,ARP $AP^2+AQ^2=4c^2, AR^2+AQ^2=4a^2, AP^2+AR^2=4b^2$ $\Rightarrow AP=\sqrt{2(b^2+c^2-a^2)}, AQ=\sqrt{2(a^2+c^2-b^2)}, \text{AR}=\sqrt{2(a^2+b^2-c^2)},$ $\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(a^2+c^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}$	1đ 1đ 1đ 1đ
4 (4đ)	$n(\Omega)=C_{12}^3$ Ta có các trường hợp sau: TH1:1 câu dễ , 1 câu TB, 1 câu khó: $C_5^1.C_3^1.C_4^1$ TH2:1 câu dễ , 2 câu TB, 0 câu khó: $C_5^1.C_3^2.C_4^0$ TH3:1 câu dễ , 0 câu TB, 2 câu khó: $C_5^1.C_3^0.C_4^2$ TH4:2 câu dễ , 1 câu TB, 0 câu khó: $C_5^2.C_3^1.C_4^0$ TH5:2 câu dễ , 0 câu TB, 1 câu khó: $C_5^2.C_3^0.C_4^1$ $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^1.C_3^1.C_4^1+C_5^1.C_3^2.C_4^0+C_5^2.C_3^1.C_4^0+C_5^1.C_3^0.C_4^2+C_5^2.C_3^0.C_4^1}{C_{12}^3}=\frac{35}{44}$	0.5đ 0.5*5 1đ
5 (4đ)	Giả sử diện tích tam giác ABC,HBC,HAC,HAB lần lượt là : S, S_1, S_2, S_3 khi đó ta có $S=S_1+S_2+S_3$	1

	Mà $\frac{S_1}{S}=\frac{HA_1}{AA_1},\frac{S_2}{S}=\frac{HB_1}{BB_1},\frac{S_3}{S}=\frac{HC_1}{CC_1}\Rightarrow\frac{HA_1}{AA_1}+\frac{HB_1}{BB_1}+\frac{HC_1}{CC_1}=\frac{S}{S}=1$	1
	Ta có với a,b,c là ba số dương thì $(a+b+c)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})\geq 9$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a=b=c	1
	Từ đó suy ra $\frac{AA_1}{HA_1}+\frac{BB_1}{HB_1}+\frac{CC_1}{HC_1}\geq 9.$ Đẳng thức xảy ra khi $\frac{HA_1}{AA_1}=\frac{HB_1}{BB_1}=\frac{HC_1}{CC_1}=\frac{1}{3}$.Tức là tam giác ABC là tam giác đều.	1